1.3 DISCUSIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES

1.3.1 Sistemas dependientes de parámetros

Discutir un sistema de ecuaciones dependiente de uno o más parámetros es identificar para qué valores de los parámetros el sistema es compatible, determinado o indeterminado.

Por ejemplo, en el sistema $\left.\begin{array}{l} x+y=4 \\ x+y=k \end{array}\right\}$, que depende del parámetro *k*, es fácil ver que para el caso $k=4$ es un Sistema Compatible Indeterminado (las dos ecuaciones son iguales), y si $k\neq 4$ es un Sistema Incompatible (las dos ecuaciones no pueden ocurrir a la vez).

Para saber qué valores del parámetro o los parámetros hacen que el sistema sea compatible determinado o indeterminado, o incompatible, se utiliza el Método de Gauss para convertir el sistema en uno escalonado. Así, cuando tengamos una ecuación dependiente solo de una variable, se trata de ver para qué valores obtenemos los siguientes casos:

$a = b$	$0 = 0$	$0 = a$
S. Compatible Determinado	S. Compatible Indeterminado	S. Incompatible

(donde *a* y *b* son números reales distintos de cero)

Ejemplo: Discutir el sistema $\left.\begin{array}{r} x+y-2z=0 \\ 2x-ay-3z=2 \\ x-y+2z=3 \end{array}\right\}$ en función de los valores de *a*.

Hacemos el sistema escalonado:

$$\left.\begin{array}{r} x+y-2z=0 \\ 2x-ay-3z=2 \\ x-y+2z=3 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{1^a} \\ \xrightarrow{1^a-3^a} \\ \xrightarrow{2\cdot 1^a-2^a} \end{array} \left.\begin{array}{r} x+y-2z=0 \\ 2y-4z=-3 \\ (2+a)y-z=-2 \end{array}\right\} \xrightarrow{2^a-4\cdot 3^a} \left.\begin{array}{r} x+y-2z=0 \\ 2y-4z=-3 \\ (-6-4a)y=-2 \end{array}\right\}$$

Ahora tenemos la última ecuación dependiendo sólo de la variable *y*. Los diferentes casos se obtienen de que $(-6-4a)$ sea igual o distinto de cero, es decir, de que *a* sea 3/2 o no.

- Si $a=\frac{3}{2}$ la última ecuación queda $0=-2$, por lo que el sistema es Incompatible.

- Si $a\neq\frac{3}{2}$ la última ecuación queda $(-6-4a)y=-2$, con $(-6-4a)\neq 0$, por lo que podemos despejar *y*. En este caso el sistema es Compatible Determinado.