2.1 DEFINICIONES. TIPOS DE MATRICES.

- Las **matrices** son tablas numéricas rectangulares. Se dice que una matriz es de **dimensión** $m \times n$ si tiene *m* filas y *n* columnas.

    - Cada elemento de una matriz se designa como a_{ij}, donde *i* representa la fila en la que está, y *j* la columna. $a_{ij} \in \Re$

    - La forma más frecuente de designar una matriz es $\mathbf{A} = (\boldsymbol{a}_{\mathbf{ij}})_{\mathbf{m,\,n}}$, que indica que A es una matriz de dimensiones $m \times n$ y que a sus términos los llamaremos a_{ij}.

Ejemplo: $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ es una matriz de dimensión 2×3. El elemento a_{11} es 3 y el elemento a_{23} es 5.

- Una matriz es **cuadrada** cuando tiene igual número de filas que de columnas.

Ejemplo: $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ es una matriz cuadrada de orden 2.

- **Matriz fila** es una matriz que solo tiene una fila, es decir, de dimensión $1 \times n$. **Matriz columna** es una matriz con una sola columna, de dimensión $m \times 1$.

Ejemplo: $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -5 & 1 \end{pmatrix}$ es una matriz fila y $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ una matriz columna.

- Dos matrices son **iguales** cuando tienen la misma dimensión y, además, coinciden término a término:

Si $A = (a_{ij})_{m,\,n}$ y $B = (b_{ij})_{m,\,n}$, entonces $\boldsymbol{A = B \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}}$

Ejemplo: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, pero $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

- **Diagonal principal** de una matriz es la formada por los elementos a_{ii}

Ejemplos: $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ $\qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

- **Matriz escalonada inferior** es aquella en la que todos los elementos por debajo de la diagonal principal son nulos.

  Ejemplo: $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -2 & 0\\ 0 & 2 & 1 & -5\\ 0 & 0 & 3 & 1\end{pmatrix}$

  De forma análoga se define la **matriz escalonada superior**.

- En el caso de ser cuadrada además de escalonada se llama **matriz triangular**. Es decir, si todos los elementos por debajo o por encima de la *diagonal principal* de una matriz cuadrada son **ceros**. Se llama triangular superior o triangular inferior respectivamente.

  Ejemplo: $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -2\\ 0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$ *Triangular superior*

  $B=\begin{pmatrix}3 & 0 & 0 & 0\\ -2 & 0 & 0 & 0\\ 4 & 1 & 3 & 0\\ 2 & 4 & -1 & 2\end{pmatrix}$ *Triangular inferior*

- **Matriz diagonal** es una matriz cuadrada en la que todos los elementos excepto los de la diagonal principal son cero.

  Ejemplo: $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ (Algún elemento de la diagonal también puede ser nulo)

- **Matriz escalar** es una matriz diagonal en la que todos los elementos de la diagonal principal son iguales.

  Ejemplo: $A=\begin{pmatrix}4 & 0 & 0\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 4\end{pmatrix}$

- **Matriz Unidad** o **Matriz Identidad** $\boldsymbol{I}_n$ es una matriz cuadrada de orden n en la que los elementos de la diagonal principal son 1 y todos los demás son 0.

  Ejemplo: $\boldsymbol{I}_4=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $\boldsymbol{I}_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

- Una matriz **traspuesta** de otra es aquella que se obtiene de cambiar las filas por las columnas y las columnas por las filas en la primera matriz.

  Si $A = (a_{ij})_{m,\,n}$, entonces $\boldsymbol{A^T = (a_{ji})_{n,\,m}}$.

  Ejemplo: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \longrightarrow A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

- Una matriz A es **simétrica** si $\boldsymbol{A = A^T}$. Para ello debe ser cuadrada.

  Ejemplo: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$