

MATRICES

1) PAU Junio 2013

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2x & -1 \\ -x & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} z \\ 2z \\ -z \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1/3 \end{pmatrix}$ donde x ,

y , z son desconocidos.

- a) Sabiendo que $A \cdot B + C = 3D$, plantea un sistema de ecuaciones para encontrar los valores de x , y , z .
- b) Estudia el sistema planteado en función del número de sus soluciones y calcula una de ellas, si es posible.

2) PAU Septiembre 2012

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

- a) Halla $A^2 - A + I^2$ donde I es la matriz identidad.
- b) Plantea y resuelve un sistema de ecuaciones lineal homogéneo que tenga a A como matriz asociada.

3) PAU Junio 2011

Resuelve el siguiente sistema matricial:

$$2X + 3Y = \begin{pmatrix} 6 & 28 \\ 10 & 17 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & 12 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

4) PAU Junio 2010 (General)

Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.

Halla una matriz X tal que $2X - BA = AB$.

5) PAU Septiembre 2008

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

- a) Prueba que $A^2 - 2A + I = 0$, donde I es a la matriz identidad y 0 es una matriz con todos sus elementos iguales a 0 .
- b) Calcula A^3 .

6) PAU Junio 2007

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & y \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} y \\ ay \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 6-ay \\ 1-a \end{pmatrix}$

- Consideramos x e y dos variables, y a un parámetro. Obtén el sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas que resulta de plantear $AB - C = D$.
- Estudia el sistema para los distintos valores de a .
- Encuentra una solución para $a = 2$.

7) PAU Septiembre 2005

Calcula dos matrices cuadradas A y B sabiendo que $2A + 3B = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y que

$$A - B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

8) PAU Junio 2005

Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

- Calcula A^2 y expresa el resultado en función de la matriz identidad.
- Utiliza la relación hallada con la matriz identidad para calcular A^{2005} .

9) PAU Septiembre 2004

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 1 & y \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ donde x e y son desconocidos.

- Calcula las matrices ABC y $A^t C$ (A^t denota la matriz traspuesta de A)
- Halla x e y para que se verifique $ABC = A^t C$.

10) PAU Junio 2004

Sea $A = \begin{pmatrix} x & -1 \\ 1 & y \end{pmatrix}$

- Calcula A^2 .
- Calcula todos los valores de x e y para los que se verifica que

$$A^2 = \begin{pmatrix} x+1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

11) PAU Septiembre 2003

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2x & -1 \\ -x & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} z \\ 2z \\ -z \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1/3 \end{pmatrix}$

donde x , y , z son desconocidos.

- Calcula las matrices $(AB) + C$ y $3D$.
- Sabiendo que $(AB) + C = 3D$, plantea el sistema de ecuaciones para encontrar los valores x , y , z .
- Estudia el sistema anterior. ¿Cuántas soluciones tiene? Encuentra una si es posible.

12) PAU Junio 2003

Encuentra, si existen, matrices cuadradas A , de orden 2, distintas de la matriz

identidad, tales que $A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot A$

¿Cuántas matrices A existen con esa condición? Razona tu respuesta.

13) PAU Septiembre 2002

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y sea $B = (-1 \ -1 \ 1)$.

- Calcula el producto BA y AB' (B' es la matriz traspuesta de B).
- Escribe y resuelve el sistema homogéneo cuya matriz es A .

14) PAU Junio 2002

Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 2.

- Indica cuándo es cierta la igualdad: $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
- Pon un ejemplo en que dicha igualdad sea falsa.

15) PAU Junio 2001

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

- Demuestra que $A^2 = 2A - I$ donde I es la matriz identidad.
- Halla las matrices A^3 y A^4 y exprésalas en función de A y de I .