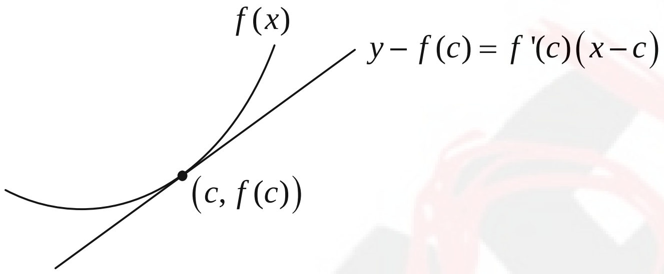
6.1 RECTAS TANGENTES

Para calcular la ecuación de una recta necesitamos, por ejemplo, un punto y la pendiente. Como la derivada de una función en un punto nos da la pendiente de la recta tangente en ese punto, $m = f'(c)$, y el punto de tangencia $(c, f(c))$ pertenece tanto a la recta como a la función, podemos calcular la ecuación de la recta tangente a una función en cualquier punto en la que sea derivable. La ecuación de esta recta será: $y - f(c) = f'(c)(x - c)$



Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = x^3 - 2x$ en el punto de abscisa $x = 2$.

$f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2 = 8 - 4 = 4$, de modo que el punto de tangencia es $(2, 4)$. Por otra parte, la pendiente de la recta es $m = f'(2)$. Como la función derivada de $f(x)$ es $f'(x) = 3x^2 - 2$, tenemos que la pendiente es $m = f'(2) = 12 - 2 = 10$ y la ecuación de la recta:

$$y - 4 = 10(x - 2) \longrightarrow \boxed{y = 10x - 16}$$

Ejemplo: Halla los puntos en los que la recta tangente a la función $f(x) = x^3 - 3x$ es una recta horizontal.

Para que la recta sea horizontal, la pendiente tiene que ser cero, así que hay que hallar los puntos donde la derivada de $f(x)$ sea cero.

La derivada es $f'(x) = 3x^2 - 3$, e igualándola a cero, tenemos:

$$3x^2 - 3 = 0 \longrightarrow x^2 = 1 \longrightarrow x = \pm 1$$

Entonces los puntos donde la recta tangente a $f(x)$ es horizontal son $A(-1, 2)$ y $B(1, -2)$