OPTIMIZACIÓN

1) **PAU Junio 2014**
Los beneficios en miles de euros obtenidos en un gimnasio inaugurado hace 5 años vienen dados por la función $f(x)=2x^3-15x^2+24x+26$, donde $x\in[0,5]$ es el tiempo, medido en años, que lleva funcionando el gimnasio desde su apertura.
a) ¿En qué momento se alcanza el máximo beneficio y cuánto vale ese beneficio máximo?
b) El cuarto año de funcionamiento se produce una renovación general de las instalaciones del gimnasio. Explica razonadamente, en términos de aumento del beneficio, si dicha renovación tuvo éxito.

2) **PAU Septiembre 2013**
Una persona amante de las matemáticas desea donar sus 3600 libros a dos bibliotecas A y B. En las instrucciones de donación, deja fijado que los lotes de libros se hagan de modo que el producto del número de libros destinados a la biblioteca A por el cubo del número de libros destinados a la biblioteca B sea máximo. Determina la cantidad de libros recibida por cada biblioteca.

3) **PAU Junio 2013**
Un estudio realizado por una empresa de producción de películas de acción prueba que el coste anual (en millones de euros) de contratación de los actores secundarios que utiliza en sus películas sigue la función $f(x)=\dfrac{2x^2+60x+800}{100x}$, donde $x>0$ es el número de actores secundarios contratados. Calcula el número de actores secundarios contratados que hace mínimo el coste de contratación. ¿A qué cantidad asciende ese coste mínimo?

4) **PAU Septiembre 2012**
El rendimiento de una máquina, a lo largo de las 7 horas que permanece en funcionamiento cada día, viene dado por la función $f(x)=x^3-10.5x^2+30x$, donde $x\in(0,\ 7)$ indica el número de horas transcurridas desde que la máquina se pone en marcha.
a) Determina en qué momento se produce el máximo y el mínimo rendimiento.
b) Calcula el rendimiento de la máquina en esos dos momentos del día.

5) **PAU Junio 2012**
Un agricultor dispone de 3000 € para cercar un terreno rectangular, usando el río adyacente como lado con el fin de que el recinto sólo necesite 3 cercas. El coste de la cerca paralela al río es de 5 € por metro instalado, y el de la cerca para cada uno de los lados restantes es de 3 € por metro instalado. Calcula las dimensiones del terreno de área máxima que puede cercar con el presupuesto que tiene.

6) **PAU Septiembre 2011**
Los beneficios diarios de una fábrica, en miles de euros, vienen dados por la función $f(x)=-x^2+24x-100$, donde x indica el número de unidades que se producen al día.
a) Calcula el número de unidades que han de producirse diariamente para obtener el máximo beneficio.
b) Calcula el máximo beneficio que puede obtenerse en un día.

7) **PAU Junio 2011**
El número de visitantes diarios a una feria de turismo viene dado por la función $V(t) = -30(t^2 - 14t - 11)$, donde $t \in (0, 10)$ es el tiempo (en horas) transcurrido desde la apertura de la feria.
   a) ¿Cuándo aumenta la afluencia de público y cuándo disminuye? ¿En qué momento se alcanza el número máximo de visitantes?
   b) Determina ese número máximo de visitantes.

8) **PAU Septiembre 2010 (Específica)**
Se desea construir un depósito con forma de prisma rectangular de base cuadrada y con una capacidad de 360 m^3. Los costes por m^2 son los siguientes: 40 € para el fondo, 30 € para las paredes laterales y 60 € para el techo del depósito. Calcula las dimensiones del depósito para que su coste sea el menor posible.

9) **PAU Junio 2010 (General)**
La cantidad C de tomates (en kg) que se obtienen de una planta de tomate depende de la cantidad de abono x (en gramos) que se añade en el proceso de siembra según la función $C(x) = 10^{-5}(x+20)^2(a-x)$, donde $x \in [0, 200]$ y a es un parámetro.
   a) Determina el valor de a sabiendo que con 130 gramos de abono se recogen 20.25 kg de tomate.
   b) Supuesto $a = 220$, calcula la cantidad de abono que debe echar un agricultor en cada planta para recoger la máxima cantidad de tomates. ¿Cuál es esa máxima cantidad de tomates?

10) **PAU Junio 2010 (Específica)**
Una panadería se dedica a la elaboración y venta de magdalenas caseras. El coste en euros de producir diariamente x kg de magdalenas viene dado por la función $f(x) = 0.02x^3 - 0.3x^2 + \frac{35}{6}x$. El precio de venta de 1 kg de magdalenas es 5 euros.
   a) Determina la función de beneficio neto diario de la panadería por la producción de las magdalenas. ¿Cuál es el beneficio del panadero si en un día elabora y vende exactamente 5 kg de magdalenas?
   b) Halla la cantidad de magdalenas que debe elaborar diariamente para conseguir el mayor beneficio. ¿Cuál es el beneficio máximo que puede alcanzar al día por la elaboración y venta de magdalenas?

11) **PAU Septiembre 2009**
   a) El beneficio obtenido por una empresa depende del capital z invertido en la empresa a través de la expresión $h(z) = -z^2 + 6z - 5$. ¿Para qué valor de z la empresa obtiene beneficios máximos? ¿Para qué valores de z la empresa obtiene beneficios positivos?
   b) Los beneficios obtenidos por otras empresas A y B dependen de los capitales x e y invertidos, respectivamente, en dichas empresas mediante las funciones $f(x) = x - 1$ en la empresa A y $g(y) = y - 5$ en la empresa B. ¿Qué valores de x e y permiten que la expresión $f(x)g(y)$ tome el mayor valor posible si la inversión total está fijada en $x + y = 10$?

12) **PAU Septiembre 2008**

Una cadena local de TV ha determinado, por medio de encuestas, que el porcentaje de ciudadanos que la ven entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche viene dado por la función $S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$, donde t indica las horas transcurridas desde las 12 en punto de la mañana.

a) ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia la cadena entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche? ¿Qué porcentaje de ciudadanos ven la cadena de TV a esas horas de máxima y mínima audiencia?

b) Dibuja la gráfica de la función S(t) para t comprendido entre las 6 de la tarde y las12 de la noche.

13) **PAU Junio 2008**

Sea C(t) el dinero en miles de euros que hay depositado en un día en una sucursal bancaria, en función del tiempo t en horas desde que la sucursal está abierta. Sabiendo que $C'(t) = t^2 - 7t + 10$ y que la sucursal permaneció abierta un total de 8 horas:

a) Obtén los máximos y mínimos locales de la función $C(t)$.

14) **PAU Septiembre 2007**

Encuentra dos números positivos cuya suma sea 120, tales que el producto de uno de ellos por el cuadrado del otro sea máximo.

15) **PAU Junio 2007**

Una discoteca abre sus puertas a las 10 de la noche sin ningún cliente y las cierra cuando se han marchado todos. Se supone que la función que representa el número de clientes (N) en función del número de horas que lleva abierto, t, es: $N(t) = 80t - 10t^2$.

a) Determina a qué hora el número de clientes es máximo. ¿Cuántos clientes hay en ese momento?

b) ¿A qué hora cerrará la discoteca?

16) **PAU Septiembre 2004**

En una determinada empresa se fabrican x unidades de un producto, y la función de beneficio viene dada por $\mathrm{B}(x) = -x^2 + 12x - 20$

a) Calcula el número de unidades producidas x que deben fabricarse para que no haya ni beneficios ni pérdidas.

b) Calcula el número de unidades x que deben fabricarse para que el beneficio sea máximo. ¿A cuanto asciende ese beneficio máximo?

17) **PAU Junio 2004**

La concentración de ozono contaminante, en microgramos por metro cúbico, en una ciudad viene dada por la función $C(x) = 90 + 15x - 0{,}6x^2$, donde x es el tiempo transcurrido desde 1 de enero de 1990 contado en años.

a) ¿Hasta qué año está creciendo la concentración de ozono?

b) ¿Cuál es la concentración máxima de ozono que se alcanza en esa ciudad?

18) **PAU Septiembre 2002**

En una empresa, el coste $C(x)$ de un artículo se calcula a partir de la cantidad x de producto que se pide cada vez que la empresa se queda sin él. Dicho coste viene expresado por la función $C(x) = \frac{200}{x} + \frac{x}{2} + 400$. ¿Cuál es la cantidad del producto x que minimiza el coste para la empresa?

19) PAU Junio 2002

El consumo de gasolina de cierto coche viene dado por la función

$$y(x) = \frac{x^2}{400} - \frac{9x}{20} + \frac{113}{4}$$

donde x es la velocidad en km/h e $y(x)$ es el consumo en litros cada 100 km.

a) Calcula cuál es el consumo mínimo y a qué velocidad se obtiene.

b) Estudia (representando la correspondiente gráfica) el consumo de gasolina en función de la velocidad.

20) PAU Junio 2001

En una ciudad de 10.000 habitantes, el tanto por ciento de ciudadanos que ven la TV local, entre las 6 de la mañana y las 12 de la mañana está dado por la función

$S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$. ($t$ indica la hora).

a) ¿A qué hora tiene la TV máxima audiencia? ¿Y mínima audiencia?

b) ¿Cuántos ciudadanos están viendo la TV local en las horas de máxima y mínima audiencia?